



**Câu 8:** [NB] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;3;-2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng

- A. 1.                                      B. 2.                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D. 3.

**Câu 9:** [TH] Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  và  $f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2} = 1$ . Tính  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

- A.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .                                      B.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ .                                      C.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .                                      D.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ .

**Câu 10:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z + 3 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?

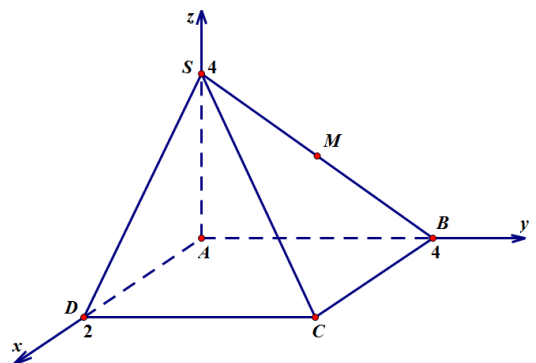
- A.  $(R): 2x + y - 2z = 0$ .                                      B.  $(\alpha): 2x - y + 2z = 0$ .  
C.  $(\beta): 2x - y - 2z = 0$ .                                      D.  $(Q): -2x - y + 2z = 0$ .

**Câu 11:** [VD] Một ô tô đang chạy với vận tốc  $12\text{m/s}$  thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 12$  ( $\text{m/s}$ ), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A.  $24\text{m}$ .                                      B.  $12\text{m}$ .                                      C.  $6\text{m}$ .                                      D.  $0,4\text{m}$ .

**Câu 12:** [VD] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $A(0;0;0)$ ,  $D(2;0;0)$ ,  $B(0;4;0)$ ,  $S(0;0;4)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ . Tính khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(CDM)$ .

- A.  $d(B, (CDM)) = 2$ .  
B.  $d(B, (CDM)) = 2\sqrt{2}$ .  
C.  $d(B, (CDM)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
D.  $d(B, (CDM)) = \sqrt{2}$ .



**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = -4x + 3$ . Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) [NB] Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(2) = -5$ .  
b) [NB]  $F(x) = -2x^2 + 3x$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .  
c) [TH] Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(1) = 2$  thì  $G(2) = -1$ .  
d) [TH] Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(-x)$ .
- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**Câu 2:** Cho tích phân  $\int_3^4 f(x) dx = 2$  và  $\int_3^1 f(x) dx = 5$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[1; 4]$ . Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) [NB]  $F(4) - F(3) = 2$ .  
b) [NB]  $\int_4^3 5f(x) dx = 10$ .  
c) [TH]  $\int_1^4 f(x) dx = 7$ .  
d) [TH]  $\int_1^4 (f(x) - 5x) dx = \frac{-81}{2}$ .
- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**Câu 3:** Trong không gian  $(Oxyz)$  cho hai điểm  $A(2; 3; 7); B(4; 1; 3)$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) [NB] Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $I(1; -1; -2)$ .  
b) [NB] Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT là  $\vec{n} = (-1; 1; 2)$ .  
c) [TH] Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  có dạng  $ax + by + cz - 9 = 0$ . Khi đó  $a + b + c = 2$ .  
d) [VD] Một mặt phẳng  $(\beta)$  đi qua  $C(0; -1; 2)$  và song song mặt phẳng  $(\alpha)$  sẽ có khoảng cách đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là 6.
- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn(2,5 điểm).**

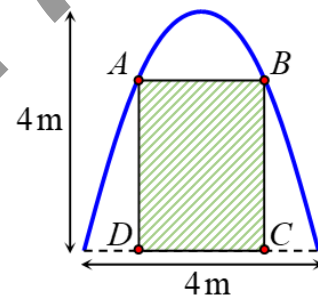
**Câu 1:** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Tính giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$ .

**Kết quả:**

**Câu 2:** [TH] Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, (a; b; c \in \mathbb{Q})$ . Tính giá trị  $a+b+c$ .

**Kết quả:**

**Câu 3:** [VD] Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật  $ABCD$ , phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Hỏi diện tích phần trang trí hoa văn bé nhất là bao nhiêu mét vuông? (làm tròn đến hàng phần trăm)



**Kết quả:**

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - 2z - 1 = 0$  và điểm  $A(-4; 1; 2)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  cắt mặt phẳng  $(P)$  tại  $B$ , cắt trục  $Oy$  tại  $C$  sao cho  $B$  là trung điểm của  $AC$ . Một điểm thuộc đường thẳng  $d$  có hoành độ bằng 2 thì tung độ điểm đó là bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình thang cân  $ABCD$  có đáy là  $AB$  và  $CD$ . Biết  $A(3; 1; -2)$ ,  $B(-1; 3; 2)$ ,  $C(-6; 3; 6)$  và gọi  $D(a; b; c)$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng

**Kết quả:**

## PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

**Câu 1:** [NB] Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A.  $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

B.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C.  $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$

D.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

**Câu 2:** [NB] Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A.  $\int 1 dx = 0.$

B.  $\int x^2 dx = 2x.$

C.  $\int x dx = x^2 + C.$

D.  $\int 1 dx = x + C.$

**Câu 3:** [NB] Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A.  $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B.  $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

C.  $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

D.  $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

**Câu 4:** [TH] Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4 \sin x \cos 3x$  là

A.  $\int f(x) dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

**Câu 5:** [NB] Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$  được kí hiệu là

A.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b).$

B.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b).$

C.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$

D.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$

**Câu 6:** [TH] Cho  $I = \int_{-1}^3 |2x - 4| dx$ . Chọn khẳng định **đúng**.

A.  $I = \left| \int_{-1}^3 (2x - 4) dx \right|.$

B.  $I = -\int_{-1}^2 (2x - 4) dx + \int_2^3 (2x - 4) dx.$

C.  $I = \int_{-1}^2 (2x - 4) dx + \int_2^3 (2x - 4) dx.$

D.  $I = \int_{-1}^2 (2x - 4) dx - \int_2^3 (2x - 4) dx.$

**Câu 7:** [TH] Giả sử  $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ . Giá trị đúng của  $c$  là

A. 3.

B. 8.

C. 9.

D. 81.

**Câu 8:** [VD] Biết tích phân  $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ . Thì giá trị của  $a$  là

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 7.

**Câu 9:** [TH] Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1;2;-1)$ ;  $B(-1;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-z+1=0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$

- A.  $(Q): 2x-y+3=0$ .    B.  $(Q): x+z=0$ .    C.  $(Q): -x+y+z=0$ .    D.  $(Q): 3x-y+z=0$ .

**Câu 10:** [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x-2y+z-1=0$ ,  $(\beta): 2x+y-z=0$  và điểm  $A(1;2;-1)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A$  và song song với cả hai mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ .                                      B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$ .
- C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ .                                      D.  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$ .

**Câu 11:** [VD] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $x+y+z-8=0$ .    B.  $x+2y+5z-30=0$ .
- C.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$ .    D.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

**Câu 12:** [VD] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách giữa đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x-2y+2z+4=0$  bằng bao nhiêu?

- A. 1.                                      B. 0.                                      C. 3.                                      D. 2.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).**

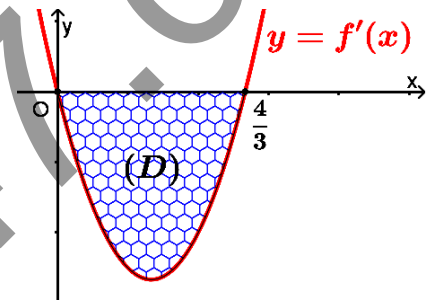
**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2\cos x$  và  $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) [NB]  $\int f(x) dx = 2\sin x + C$ .
- b) [NB]  $\int g(x) dx = -\cos x + C$ .
- c) [TH]  $\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$ .
- d) [TH]  $\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$  (biết  $x$  thoả mãn  $g(x) \neq 1$ ).

A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ , với  $a, b$  là các số thực.

Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $(D)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  và trục hoành. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



- a) [NB]  $f'(0) = 0$  và  $f'\left(\frac{4}{3}\right) > 0$ .
- b) [NB]  $f'(x) = 3x^2 - 4x$ .
- c) [TH] Diện tích của hình phẳng  $(D)$  là  $\frac{32}{27}$  (đvdt).
- d) [TH] Khi quay hình phẳng  $(D)$  quanh trục hoành  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là  $\frac{512\pi}{405}$  (đvtt).

A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 4)$  và mặt phẳng  $(P): -x + 2y + z = 0$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) [NB]  $(P)$  có một vec tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (-1; 2; 0)$ .
- b) [NB] Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $2\sqrt{2}$ .
- c) [TH] Nếu có đường thẳng  $AM \parallel (P)$  thì  $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_p = 0$ .
- d) [VD] Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$ , cắt trục  $Ox$  và song song với  $(P)$  có phương trình là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}.$$

A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn(2,5 điểm).**

**Câu 1:** [TH] Cho  $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = ax + b \ln|x-2| + C$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính giá trị  $a + b$ .

**Kết quả:**

**Câu 2:** [TH] Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và  $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi^2 + a\pi + b}{16}; (a; b \in \mathbb{Z}), \text{ tính } a + b.$$

**Kết quả:**

**Câu 3:** [VD] Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4 - 4x^2)$ . Biết hàm số  $F(x)$  đồng biến trên khoảng  $(a; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất của  $a$  bằng bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ , điểm  $M(1; 2; 1)$  và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$ , song song với  $(P)$  và vuông góc với  $d$  có phương trình  $\Delta: \frac{x-1}{a} = \frac{y-2}{b} = \frac{z-1}{3}$ . Tính giá trị  $a + b$ .

**Kết quả:**

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 1; 2)$  và mặt phẳng  $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$ , với  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  lớn nhất.

**Kết quả:**



## PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn (3 điểm)

**Câu 1:** [NB] Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + \sin(2x+1)$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos(2x+1)$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\cos(2x+1)$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\cos(2x+1)$ .

D.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\cos(2x+1)$ .

**Câu 2:** [NB] Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x} + 1$  là

A.  $3e^{3x} + C$ .

B.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ .

C.  $3e^{3x} + x + C$ .

D.  $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$ .

**Câu 3:** [NB]  $\int \frac{x^2+1}{x} dx$  bằng

A.  $x^2 + \ln|x|$ .

B.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x|$ .

C.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

D.  $\frac{x}{2} + \ln|x| + C$ .

**Câu 4:** [NB] Biết rằng  $\int_1^3 f(t) dt = 4$ . Tính  $\int_1^3 2f(x) dx$

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

**Câu 5:** [NB] Biết  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx$ . Tìm mệnh đề đúng.

A.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-1}^2 (x+1) dx + \int_{-2}^{-1} (x+1) dx$ .

B.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx - \int_{-1}^2 (x+1) dx$ .

C.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^2 (x+1) dx$ .

D.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-1}^2 (x+1) dx - \int_{-2}^{-1} (x+1) dx$ .

**Câu 6:** [NB] Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin x + 4) dx$

A.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2} - 16}{16}$ .

B.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 2\sqrt{2} - 4}{16}$ .

C.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2}}{16}$ .

D.  $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$ .

**Câu 7:** [TH] Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2}{x+2}$  trên khoảng  $(-2; +\infty)$  và  $F(-1) = 0$ . Khi đó  $F(2)$  bằng

A.  $4\ln 2 + 1$ .

B.  $2\ln 3 + 2$ .

C.  $4\ln 2$ .

D.  $3\ln 2 + 1$ .

**Câu 8:** [NB] Mặt phẳng  $(\alpha)$  có cặp véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (3; 1; 2)$  và  $\vec{v} = (1; 1; -1)$ . Khi đó, mặt phẳng  $(\alpha)$  có một véc tơ pháp tuyến là

A.  $\vec{n} = (-3; 5; 2)$ .

B.  $\vec{n} = (-3; -5; 2)$ .

C.  $\vec{n} = (2; -3; 5)$ .

D.  $\vec{n} = (1; -1; 4)$ .

**Câu 9:** [NB] Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -2; 3)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (-1, 4, 1)$  là

- A.  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

**Câu 10:** [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $M(a, b, c)$  thuộc mặt phẳng  $(P): x + y + z - 6 = 0$  và cách đều các điểm  $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$ . Tích  $abc$  bằng

A. 1.      B. 2.      C. 4.      D. 6.

**Câu 11:** [VD] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2; 1; 3), B(1; -1; 2), C(3; -6; 1)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $P = x + y + z$ .

- A.  $P = 0$ .      B.  $P = -1$ .      C.  $P = 1$ .      D.  $P = \frac{5}{2}$ .

**Câu 12:** [VD] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $2x^2 + f(x) = 2x \cdot f'(x)$  với mọi  $x > 0$ . Biết  $f(1) = 1$ , giá trị của  $f(9)$  bằng

- A. 55.      B. 52.      C.  $\frac{52}{3}$ .      D. 49.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).**

**Câu 1:** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 13$ ),  $Q'(t)$  tính bằng khách/giờ. (Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage*). Cho biết sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) [NB] Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .

b) [NB] Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

c) [TH] Lượng khách tham quan lớn nhất là 1396 người.

d) [TH] Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

- A. .      B. .      C. .      D. .

**Câu 2:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t$  (m/s), trong đó thời gian  $t$  tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t)$  và gia tốc là  $a = -8$  (m/s<sup>2</sup>) cho đến khi dừng hẳn. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) [NB] Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.  
 b) [NB] Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.  
 c) [TH] Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.  
 d) [VD] Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.
- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

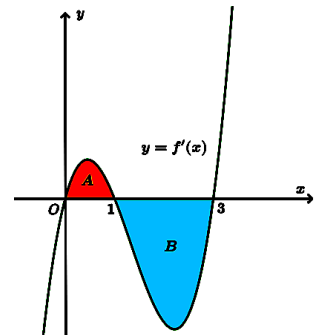
**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $2x + y - 2z + 3 = 0$  và điểm  $M(-2; 2; 3)$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) [NB] Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 1; -2)$ .  
 b) [NB] Mặt phẳng đi qua điểm  $N(-1; 2; 0)$ .  
 c) [NB] Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $d = \frac{5}{9}$ .  
 d) [TH] Mặt phẳng đi qua hai điểm  $M, N(-1; 2; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình:  $3x - 4y + z + 11 = 0$ .
- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn(2,5 điểm).**

**Câu 1:** [TH] Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong trong hình vẽ. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng  $A$  và  $B$  lần lượt là  $S_A = 4$  và  $S_B = 10$ . Cho biết giá trị của  $f(0) = 2$ . Tính giá trị của  $f(3)$ .

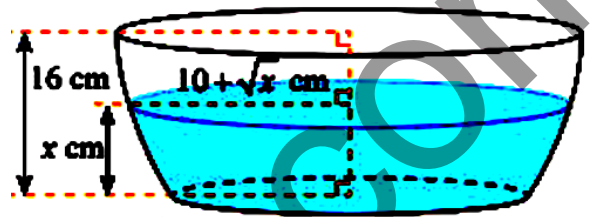
**Kết quả:**



**Câu 2:** [TH] Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = -x^2 + 9$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -2, x = 2$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  (làm tròn đến phần nguyên).

**Kết quả:**

**Câu 3:** [VD] Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy  $x$  (cm) ( $0 \leq x \leq 16$ ) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm). Tìm  $x$  (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu?



**Kết quả:**

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 3y - z = 0$  và  $(Q): x - y - 2z + 1 = 0$ . Gọi điểm  $M(0; 0; z)$  cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , với  $z = \frac{22 \pm \sqrt{b}}{38}$ . Khi đó,  $b$  bằng bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 4 = 0$  và  $(Q): x + 2y - z + 3 = 0$ . Gọi  $d$  là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ . Biết giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $(Oyz)$  là điểm  $M(0; b; c)$ , tính  $b + c$ .

**Kết quả:**

**PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm) [8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]**

**Câu 1:** [NB] Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

B.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C.  $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$

D.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa Nguyên hàm:  $F(x)$ : nguyên hàm của  $f(x) \Leftrightarrow [F(x)]' = f(x)$

**Câu 2:** [NB] Nếu  $\int_0^2 f(x) dx = 2$  thì  $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$  bằng

A. 4.

B. 6.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng qui tắc Tích phân của Tổng - Hiệu, ta được:

$$\int_0^2 [4x - f(x)] dx = \int_0^2 4x dx - \int_0^2 f(x) dx = 8 - 2 = 6$$

**Câu 3:** [NB] Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $\int_b^a |f(x)| dx.$

B.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C.  $\int_a^b |f(x)| dx.$

D.  $\int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành

và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ :  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

**Câu 4:** [NB] Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b (a < b)$ , xung quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b (a < b)$ , xung quanh

trục  $Ox$  là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Câu 5:** [NB] Mặt phẳng đi qua điểm  $M(0; -1; 2)$  và có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 2; -3)$  có phương trình

A.  $x+2y-3z-8=0$ .

**B.  $x+2y-3z+8=0$ .**

C.  $x+2y-3z-4=0$ .

D.  $x+2y+3z-4=0$ .

Lời giải

**Chọn B**

Phương trình mặt phẳng cần tìm là:  $1(x-0)+2(y+1)-3(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z+8=0$ .

**Câu 6:** [NB] Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$ . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$  là

A.  $\vec{n}=(2;-3;1)$ .

**B.  $\vec{n}=(3;-2;6)$ .**

C.  $\vec{n}=(2;3;1)$ .

D.  $\vec{n}=(2;-3;-1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ :  $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-6=0$ .

Vậy mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n}=(3;-2;6)$ .

**Câu 7:** [NB] Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2;-2;3)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}=(-1,4,1)$  là

**A.  $\begin{cases} x=2-t \\ y=-2+4t \\ z=3+t \end{cases}$ .**

B.  $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=4-2t \\ z=1+3t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2+4t \\ z=3+t \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} x=-2-t \\ y=2+4t \\ z=-3+t \end{cases}$ .

Lời giải

**Chọn A**

PTĐT  $\begin{cases} x=2-t \\ y=-2+4t \\ z=3+t \end{cases}$ .

**Câu 8:** [NB] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;3;-2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x+y-2z-3=0$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng

A. 1.

**B. 2.**

C.  $\frac{2}{3}$ .

D. 3.

Lời giải

**Chọn B**

Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng là  $d(A;(P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 - 2 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2$ .

**Câu 9:** [TH] Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$  và  $f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}=1$ . Tính  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

A.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ .

B.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$ .

C.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$ .

**D.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=4$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Biến đổi  $f'(x) = \frac{1}{\frac{1}{4}\sin^2 x}$

Lấy nguyên hàm  $\int f'(x) dx = 4 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \Leftrightarrow f(x) = -4 \cot x + C$

Điều kiện  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow C = 4$

Nên hàm số là  $f(x) = -4 \cot x + 4$

Vậy  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \cot \frac{\pi}{2} + 4 = 4$ .

**Câu 10:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z + 3 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $(R): 2x + y - 2z = 0$ .

**B.  $(\alpha): 2x - y + 2z = 0$ .**

C.  $(\beta): 2x - y - 2z = 0$ .

D.  $(Q): -2x - y + 2z = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(P)$  có vector pháp tuyến là  $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; -1)$ .

•  $\vec{n}_{(R)} = (2; 1; -2)$  có  $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(R)} = 2 + 0 + 2 = 4 \neq 0$ . Nên  $(R) \not\perp (\alpha)$ .

•  $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -1; 2)$  có  $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2 = 0$ . Vậy  $(P) \perp (\alpha)$ .

•  $\vec{n}_{(\beta)} = (2; -1; -2)$  có  $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 2 + 0 + 2 = 4 \neq 0$ . Nên  $(R) \not\perp (\beta)$ .

•  $\vec{n}_{(Q)} = (-2; -1; 2)$  có  $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = -2 + 0 - 2 = -4 \neq 0$ . Nên  $(R) \not\perp (Q)$ .

**Câu 11:** [VD] Một ô tô đang chạy với vận tốc 12m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 12$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 24m.

**B. 12m.**

C. 6m.

D. 0,4m.

**Lời giải**

**Chọn B**

Quãng đường  $S(t) = \int v(t) dt = \int (-6t + 12) dt = -3t^2 + 12t + C$

Khi  $t = 0: s(0) = 0$  nên  $C = 0$ . Vậy  $S(t) = -3t^2 + 12t$

Thời gian đến khi dừng hẳn:  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Vậy quãng đường đến khi dừng hẳn:  $S(2) = 12$  (m).

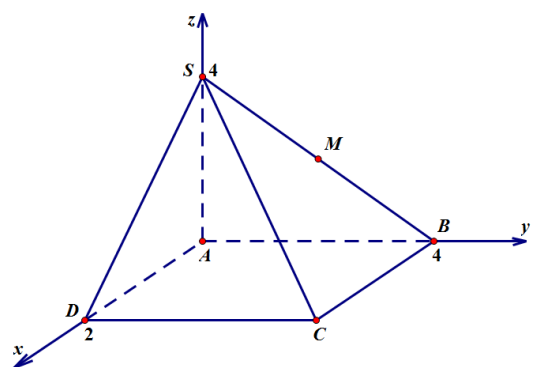
**Câu 12:** [VD] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $A(0; 0; 0)$ ,  $D(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $S(0; 0; 4)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ . Tính khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(CDM)$ .

A.  $d(B, (CDM)) = 2$ .

B.  $d(B, (CDM)) = 2\sqrt{2}$ .

C.  $d(B, (CDM)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**D.  $d(B, (CDM)) = \sqrt{2}$ .**



**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình chữ nhật nên } \begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \\ \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2; 4; 0).$$

$M$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow M(0; 2; 2)$ .

Viết phương trình mặt phẳng ( $CDM$ ):

$$\overline{CD} = (0; -4; 0), \overline{CM} = (-2; -2; 2) \Rightarrow \overline{CD} \wedge \overline{CM} = (-8; 0; -8).$$

( $CDM$ ) có một véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .

Suy ra ( $CDM$ ) có phương trình:  $x + z - 2 = 0$ .

$$\text{Vậy } d(B; (CDM)) = \frac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).** [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = -4x + 3$ . Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) [NB] Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(2) = -5$ .  
 b) [NB]  $F(x) = -2x^2 + 3x$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .  
 c) [TH] Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(1) = 2$  thì  $G(2) = -1$ .  
 d) [TH] Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(-x)$ .  
 A. .                      B. .                      C. .                      D. .

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) **Đúng.**  $F'(x) = f(x)$  suy ra  $F'(2) = f(2) = -4 \cdot 2 + 3 = -5$ .

b) **Đúng.**  $F'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -4x + 3 = f(x)$ .

c) **Đúng.**  $G(x) = \int f(x) dx = \int (-4x + 3) dx = -2x^2 + 3x + C$ .

$G(1) = 2$  suy ra  $C = 1$ , suy ra  $G(x) = -2x^2 + 3x + 1$ .

Vậy  $G(2) = -1$ .

d) **Sai.**  $\int f(-x) dx = \int (4x + 3) dx = 2x^2 + 3x + C$ .

Mà  $F(x) = \int f(x) dx = -2x^2 + 3x + C$ , suy ra  $F(-x) = -2x^2 - 3x + C \neq \int f(-x) dx$ .

**Câu 2:** Cho tích phân  $\int_3^4 f(x) dx = 2$  và  $\int_3^1 f(x) dx = 5$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[1; 4]$ . Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

a) [NB]  $F(4) - F(3) = 2$ .

b) [NB]  $\int_4^3 5f(x) dx = 10$ .

c) [TH]  $\int_1^4 f(x) dx = 7$ .

d) [TH]  $\int_1^4 (f(x) - 5x) dx = \frac{-81}{2}$ .



- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

a) **Đúng**. Ta có:  $\int_3^4 f(x) dx = F(x) \Big|_3^4 = F(4) - F(3) = 2$ .

b) **Sai**. Ta có:  $\int_4^3 5f(x) dx = -5 \int_3^4 f(x) dx = -10$ .

c) **Sai**. Ta có:  $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = -5 + 2 = -3$ .

d) **Đúng**. Ta có:  $\int_1^4 (f(x) - 5x) dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 5x dx = -3 - \frac{5}{2}(x^2) \Big|_1^4 = \frac{-81}{2}$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $(Oxyz)$  cho hai điểm  $A(2;3;7); B(4;1;3)$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $I(1;-1;-2)$ .

b) **[NB]** Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT là  $\vec{n} = (-1;1;2)$ .

c) **[TH]** Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  có dạng  $ax + by + cz - 9 = 0$ . Khi đó  $a + b + c = 2$ .

d) **[VD]** Một mặt phẳng  $(\beta)$  đi qua  $C(0;-1;2)$  và song song mặt phẳng  $(\alpha)$  sẽ có khoảng cách đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là 6.

- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

\* Tọa độ điểm M của đoạn thẳng AB là: 
$$\begin{cases} x_M = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_M = \frac{3+1}{2} = 2 \Rightarrow M(3;2;5) \\ z_M = \frac{7+3}{2} = 5 \end{cases}$$

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT:  $\vec{AB} = (2;-2;-4)$  Hay  $\vec{n} = (-1;1;2)$

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua trung điểm M và có VTPT  $\vec{n} = (-1;1;2)$  là

$(\alpha): -x + y + 2z - 9 = 0$

a) **Sai**. Thay tọa độ điểm  $I(1;-1;-2)$  vào phương trình  $mp(\alpha): -1 - 1 + 2 \cdot (-2) - 9 = 0$  ( Vô lí).

Vậy điểm I không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

b) **Đúng**. Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT:  $\vec{AB} = (2;-2;-4)$  Hay  $\vec{n} = (-1;1;2)$

c) **Đúng**. Dựa vào (1)  $PTmp(\alpha)$  ta thấy  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \Rightarrow a + b + c = 2 \\ c = 2 \end{cases}$

d) **Sai**. Khoảng cách  $d((\beta), (\alpha)) = d(C; (\alpha)) = \frac{|0 - 1 + 2 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn(2,5 điểm).** [3 câu Giải tích + 2 câu Hình học]

**Câu 1:** [VD] Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Tính giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$ .

**Kết quả:**

**Lời giải**

Nguyên hàm  $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 4x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Điều kiện  $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$ . Vậy nguyên hàm  $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 4x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Tìm hằng số  $C_1$  bằng điều kiện liên tục:  $F(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 5x + C_1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 + 4x + 2) \Leftrightarrow 1 + 5 + C_1 = 1 + 4 + 2 \Leftrightarrow C_1 = 1.$$

Vậy nguyên hàm  $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 4x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Tình từng giá trị nguyên hàm tương ứng  $\begin{cases} F(2) = 15 \\ F(-1) = -3 \end{cases}$ ; Nên  $F(-1) + 2F(2) = -3 + 2 \cdot 15 = 27$ .

**Câu 2:** [TH] Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, (a; b; c \in \mathbb{Q})$ . Tính giá trị  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Lời giải**

Biến đổi  $\frac{1}{(x+1)(2x+1)} = \frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x+1}$

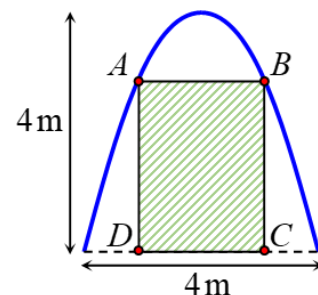
Tích phân  $\int_1^2 \left( \frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = 2 \cdot \frac{1}{2} \ln |2x+1| \Big|_1^2 - \ln |x+1| \Big|_1^2$

$$= \ln(2x+1) \Big|_1^2 - \ln(x+1) \Big|_1^2 = \ln 5 - \ln 3 - (\ln 3 - \ln 2) = \ln 2 - 2 \ln 3 + \ln 5.$$

Do đó:  $a = 1; b = -2; c = 1$ . Vậy  $a + b + c = 1 + (-2) + 1 = 0$ .

**Câu 3:** [VD] Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Hỏi diện tích phần trang trí hoa văn bé nhất là bao nhiêu mét vuông? (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Kết quả:**



**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó phương trình

đường parabol có dạng:  $y = ax^2 + b$ .

Parabol cắt trục tung tại điểm  $(0; 4)$  và cắt trục hoành tại

$(-2; 0)$  nên:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a \cdot 2^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}. \text{ Do đó, phương trình parabol}$$

là  $y = -x^2 + 4$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và trục

$$\text{hoành là: } S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

Gọi  $C(t; 0) \Rightarrow B(t; 4 - t^2)$  với  $0 < t < 2$ . Ta có  $CD = 2t$  và  $BC = 4 - t^2$ .

Diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  là  $S_2 = CD \cdot BC = 2t \cdot (4 - t^2) = -2t^3 + 8t$ .

Diện tích phần trang trí hoa văn là:  $S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - (-2t^3 + 8t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$ .

Xét hàm số  $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$  với  $0 < t < 2$ .

$$\text{Ta có: } f'(t) = 6t^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0; 2) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} \notin (0; 2) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$	

Như vậy, diện tích phần trang trí nhỏ nhất là bằng  $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \text{ m}^2 \approx 4,51 \text{ m}^2$ .

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - 2z - 1 = 0$  và điểm  $A(-4; 1; 2)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  cắt mặt phẳng  $(P)$  tại  $B$ , cắt trục  $Oy$  tại  $C$  sao cho  $B$  là trung điểm của  $AC$ . Một điểm thuộc đường thẳng  $d$  có hoành độ bằng 2 thì tung độ điểm đó là bao nhiêu?

**Kết quả:**

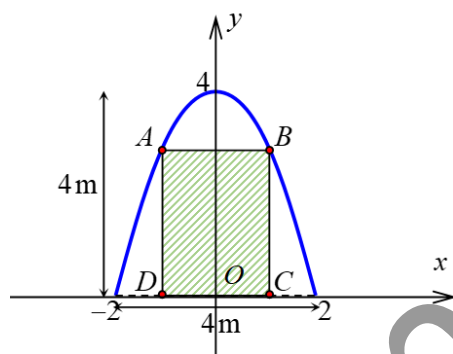
**Lời giải**

Tọa độ điểm  $C(0; t; 0)$ . Suy ra tọa độ trung điểm  $B$  của  $AC$  là  $B\left(-2; \frac{t+1}{2}; 1\right)$ .

Từ giả thiết điểm  $B \in (P) \Rightarrow -2 + \frac{t+1}{2} - 2 \cdot 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 9 \Rightarrow C(0; 9; 0)$ .

Một VTCP của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = (2; 4; -1)$ . Suy ra phương trình của đường thẳng  $d$

là:  $\frac{x+4}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{-1}$ .



Suy ra, phương trình của đường thẳng  $d$  là:  $\frac{x+4}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{-1}$ .

Điểm thuộc đường thẳng  $d$  có hoành độ bằng 2 thì ta có  $\frac{2+4}{2} = \frac{y-1}{4} \Leftrightarrow 12 = y-1 \Leftrightarrow y=13$ .

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình thang cân  $ABCD$  có đáy là  $AB$  và  $CD$ . Biết  $A(3;1;-2)$ ,  $B(-1;3;2)$ ,  $C(-6;3;6)$  và gọi  $D(a;b;c)$  với  $a,b,c \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng

**Kết quả:**

### Lời giải

Đường thẳng  $d$  qua  $C(-6;3;6)$  và song song với đường thẳng  $AB$  có VTCP  $\vec{AB} = (-4;2;4)$

$$\text{hay là } \vec{u} = \frac{1}{2}\vec{AB} = (-2;1;2), \text{ nên PT } AB: \begin{cases} x = -6 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 6 + 2t \end{cases}.$$

Điểm  $D$  thuộc đường thẳng  $d$  nên gọi tọa độ  $D$  là  $D(-6-2t;3+t;6+2t)$ .

Tứ giác  $ABCD$  là hình thang cân nên ta có:  $|\vec{AD}| = |\vec{BC}| \Leftrightarrow t^2 + 8t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -6 \end{cases}$ .

+ Với  $t = -2 \Rightarrow D_1(-2;1;2)$ , tứ giác là hình bình hành nên loại.

+ Với  $t = -6 \Rightarrow D_2(6;-3;-6)$  thỏa mãn, nên  $a+b+c = 6-3-6 = -3$ .

**PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm) [8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]**

**Câu 1:** [NB] Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $F(x) = f(x), \forall x \in K$ .

B.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .

C.  $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$ .

D.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa:  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$   $(F(x))' = f(x), \forall x \in K$

**Câu 2:** [NB] Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int 1 dx = 0$ .

B.  $\int x^2 dx = 2x$ .

C.  $\int x dx = x^2 + C$ .

D.  $\int 1 dx = x + C$ .

Lời giải

Chọn D

Theo công thức nguyên hàm các hàm sơ cấp: Đáp án đúng là  $\int 1 dx = x + C$ .

**Câu 3:** [NB] Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

B.  $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

C.  $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

D.  $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$ .

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc các phép tính nguyên hàm, đáp án đúng là

$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

**Câu 4:** [TH] Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4 \sin x \cos 3x$  là

A.  $\int f(x) dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$ .

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức biến đổi Tích  $\rightarrow$  Tổng:

$f(x) = 4 \sin x \cos 3x = 4 \cdot \frac{1}{2} (\sin(-2x) + \sin 4x) = 2 \sin 4x - 2 \sin 2x$

Họ nguyên hàm  $\int f(x) dx = \int (2 \sin 4x - 2 \sin 2x) dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$ .

**Câu 5:** [NB] Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$  được kí hiệu là

A.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b)$ .

B.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$ .

C.  $\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$ .

D.  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ .

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa tích phân  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ .

**Câu 6:** [TH] Cho  $I = \int_{-1}^3 |2x - 4| dx$ . Chọn khẳng định đúng.

A.  $I = \left| \int_{-1}^3 (2x-4) dx \right|$ .

C.  $I = \int_{-1}^2 (2x-4) dx + \int_2^3 (2x-4) dx$ .

B.  $I = -\int_{-1}^2 (2x-4) dx + \int_2^3 (2x-4) dx$ .

D.  $I = \int_{-1}^2 (2x-4) dx - \int_2^3 (2x-4) dx$ .

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu  $\frac{x}{2x-4} \left| \begin{array}{ccc} [-1 & 2 & 3] \\ & - & 0 & + \end{array} \right.$

Vậy  $I = \int_{-1}^2 |2x-4| dx = -\int_{-1}^2 (2x-4) dx + \int_2^3 (2x-4) dx$ .

Câu 7: [TH] Giả sử  $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ . Giá trị đúng của  $c$  là

A. 3.

B. 8.

C. 9.

D. 81.

Lời giải

Chọn A

$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| \Big|_1^5 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3$ . Vậy  $c = 3$ .

Câu 8: [VD] Biết tích phân  $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ . Thì giá trị của  $a$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Chia đa thức  $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = \int_0^1 \left( -2 + \frac{7}{2-x} \right) dx$

Tích phân  $-2x - 7 \ln|2-x| \Big|_0^1 = 7 \ln 2 - 2$ . Vậy  $a = 7$ .

Câu 9: [TH] Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1;2;-1)$ ;  $B(-1;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-z+1=0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$

A.  $(Q): 2x-y+3=0$ .

B.  $(Q): x+z=0$ .

C.  $(Q): -x+y+z=0$ .

D.  $(Q): 3x-y+z=0$ .

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng  $(Q)$  có cặp VTCP là  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) \\ \overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; -1) \end{cases}$  nên có VTPT

$\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (-2; 0; -2) = -2 \cdot (1; 0; 1)$

Vậy  $(Q): x+z=0$ .

Câu 10: [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x-2y+z-1=0$ ,  $(\beta): 2x+y-z=0$  và điểm  $A(1;2;-1)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A$  và song song với cả hai mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$  có phương trình là

A.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$ .

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ .

D.  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$ .

Lời giải

Chọn B

mp $(\alpha)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$ , mp $(\beta)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ . Đường thẳng  $\Delta$  có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; 3; 5)$ .

Phương trình của đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$ .

**Câu 11:** [VD] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $x + y + z - 8 = 0$ .      **B.  $x + 2y + 5z - 30 = 0$ .**

C.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0,3$ .      D.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  nên  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1$  (\*).

Véc-tơ  $\overrightarrow{AB} = (-a; b; 0), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c), \overrightarrow{BM} = (1; 2-b; 5), \overrightarrow{CM} = (1; 2; 5-c)$ ;

Do  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{a}{2} \\ c = \frac{a}{5} \end{cases}$ .

Thay vào (\*) ta có  $\frac{1}{a} + \frac{4}{a} + \frac{25}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 30 \Rightarrow b = 15, c = 6$ .

Vậy  $(P): \frac{x}{30} + \frac{y}{15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$ .

**Câu 12:** [VD] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách giữa đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$  bằng bao nhiêu?

**A. 1.**      B. 0.      C. 3.      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(P)$  có VTPT là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$ .

Đường thẳng  $d$  có VTCP là  $\vec{u} = (2; 2; 1)$

Ta có  $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 0$  nên  $\vec{n} \perp \vec{u}$

Suy ra đường thẳng  $d$  song song với mặt phẳng  $(P)$

Chọn  $M(1; 3; 2) \in d$

$$d(d; (P)) = d(M; (P)) = \frac{|1 - 6 + 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).** [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2\cos x$  và  $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) [NB]  $\int f(x) dx = 2\sin x + C$ .

b) [NB]  $\int g(x) dx = -\cos x + C$ .

c) [TH]  $\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$ .

d) [TH]  $\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$  (biết  $x$  thỏa mãn  $g(x) \neq 1$ ).

A. .      B. .      C. .      D. .

**Lời giải**

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

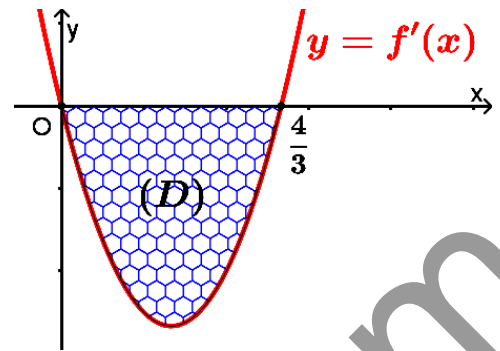
a) **Đúng.**  $\int f(x) dx = \int 2\cos x dx = 2 \int \cos x dx = 2\sin x + C$ .

b) **Sai.**  $\int g(x) dx = \int 2\sin^2 \frac{x}{2} dx = \int (1 - \cos x) dx = x - \sin x + C$ .

c) **Đúng.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx = x + \sin x + C$ .

d) Sai.  $\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = \int \frac{2 \cos x}{2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1} dx = \int \frac{2 \cos x}{-\cos x} dx = \int (-2) dx = -2x + C.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ , với  $a, b$  là các số thực. Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $(D)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  và trục hoành. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



a) [NB]  $f'(0) = 0$  và  $f'\left(\frac{4}{3}\right) > 0.$

b) [NB]  $f'(x) = 3x^2 - 4x.$

c) [TH] Diện tích của hình phẳng  $(D)$  là  $\frac{32}{27}$  (đvdt).

d) [TH] Khi quay hình phẳng  $(D)$  quanh trục hoành  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là  $\frac{512\pi}{405}$  (đvtt).

A.

B.

C.

D.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Sai. Theo hình vẽ, giao điểm của đồ thị đạo hàm  $y = f'(x)$  với trục hoành  $Ox$  tại điểm

$$x = 0; x = \frac{4}{3}; \text{ nên } f'(0) = 0 \text{ và } f'\left(\frac{4}{3}\right) = 0.$$

b) Đúng. Từ hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$$\text{Mà theo đồ thị ta có } \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'\left(\frac{4}{3}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2a\left(\frac{4}{3}\right) + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy đạo hàm  $f'(x) = 3x^2 - 4x.$

c) Đúng. Vì hình phẳng  $(D)$  nằm phía dưới trục hoành  $Ox$  nên diện tích của hình phẳng  $(D)$

$$\text{là } \int_0^{\frac{4}{3}} -f'(x) dx = \int_0^{\frac{4}{3}} -(3x^2 - 4x) dx = \frac{32}{27} \text{ (đvdt).}$$

d) Đúng. Khi quay hình phẳng  $(D)$  quanh trục hoành  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$V = \pi \int_0^{\frac{4}{3}} (3x^2 - 4x)^2 dx = \frac{512\pi}{405} \text{ (đvtt).}$$

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 4)$  và mặt phẳng  $(P): -x + 2y + z = 0$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) [NB]  $(P)$  có một vec tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (-1; 2; 0).$

b) [NB] Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $2\sqrt{2}.$

c) [TH] Nếu có đường thẳng  $AM \parallel (P)$  thì  $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_p = 0.$

d) [VD] Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$ , cắt trục  $Ox$  và song song với  $(P)$  có phương trình là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}.$$

A.

B.

C.

D.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Sai.  $(P)$  có một vec tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (-1; 2; 1).$



b) Sai. Khoảng cách  $d(A,(P)) = \frac{|-2+2.(-3)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = 2$ .

c) Đúng. Nếu có đường thẳng  $AM \parallel (P)$  thì  $\overline{AM} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \vec{n}_p = 0$ .

d) Đúng. Gọi  $M$  là giao điểm của  $d$  với  $Ox$  thì  $M(t;0;0) \Rightarrow \overline{AM} = (t-2;3;-4)$  là một vectơ chỉ phương của  $d$ .

Vì  $d \parallel (P) \Rightarrow \overline{AM} \cdot \vec{n}_p = 0 \Leftrightarrow -1(t-2)+2.3+1(-4) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ .

Do đó:  $\overline{AM} = (2;3;-4)$  và phương trình đường thẳng  $d$  là:  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}$ .

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn(2,5 điểm).** [3 câu Giải tích + 2 câu Hình học]

**Câu 1:** [TH] Cho  $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = ax + b \ln|x-2| + C$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính giá trị  $a+b$ .

**Kết quả:**

**Lời giải**

7

$$\int \frac{2x+1}{x-2} dx = \int \frac{2x-4+5}{x-2} dx = \int \left( \frac{2x-4}{x-2} + \frac{5}{x-2} \right) dx = \int \left( 2 + \frac{5}{x-2} \right) dx = 2x + 5 \ln|x-2| + C.$$

Do đó  $a=2$  và  $b=5$ . Vậy  $a+b=2+5=7$ .

**Câu 2:** [TH] Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0)=4$  và  $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi^2 + a\pi + b}{16}; (a; b \in \mathbb{Z}), \text{ tính } a+b.$$

**Kết quả:**

**Lời giải**

1

Ta có  $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2\sin^2 x + 1) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Điều kiện  $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

Vậy hàm  $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4$ .

Suy ra tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx$

$$= x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16} \rightarrow a = 16; b = -4.$$

**Câu 3:** [VD] Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4 - 4x^2)$ . Biết hàm số  $F(x)$  đồng biến trên khoảng  $(a; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất của  $a$  bằng bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Lời giải**

2

Xét hàm số  $y = F(x)$ , khi đó đạo hàm  $y' = F'(x) = f(x) = e^{x^3-12x}(x^4 - 4x^2)$  (vì  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ ).

Giải  $y' = 0 \Leftrightarrow e^{x^3-12x}(x^4 - 4x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ . Bảng biến thiên hàm  $y = F(x)$

$x$	$-\infty$	$-2$	$U_{kép}$		$2$	$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$		↗		↘		↗

Vậy hàm số  $F(x)$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty) \rightarrow a = 2$ .

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ , điểm  $M(1;2;1)$  và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$ , song song với  $(P)$  và vuông góc với  $d$  có phương trình  $\Delta: \frac{x-1}{a} = \frac{y-2}{b} = \frac{z-1}{3}$ . Tính giá trị  $a+b$ .

**Kết quả:**

**Lời giải**

Đường thẳng  $\Delta$  song song với  $(P)$  và vuông góc với  $d$  nên có VTCP  $\vec{u}_\Delta$  thỏa

$$\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P = (2; 1; -2) \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d = (1; 2; 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -2; 3).$$

Phương trình đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$ , suy ra  $a = 4, b = -2$ . Vậy  $a+b = 4-2 = 2$ .

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;1;2)$  và mặt phẳng  $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$ , với  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  lớn nhất.

**Kết quả:**

**Lời giải**

$$\text{Khoảng cách } d(A, (P)) = \frac{|m-1+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}} = \frac{(3m-1)^2}{\sqrt{2(m^2-m+1)}}$$

$$\text{Xét hàm số } f(m) = \frac{(3m-1)^2}{2(m^2-m+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9m^2-6m+1}{m^2-m+1}$$

$$\text{Đạo hàm } f'(m) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-3m^2+16m-5}{(m^2-m+1)^2}; \text{ Giải } f'(m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ BBT:}$$

$m$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$5$	$+\infty$
$f'(m)$		$-$	$+$	$-$
$f(m)$	$\frac{9}{2}$		$\frac{14}{3}$	$\frac{9}{2}$
		↘	↗	↘

Vậy  $\max d(A, (P)) = \sqrt{\frac{14}{3}}$  khi  $m = 5$ .

**PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm) [8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]**

**Câu 1:** [NB] Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + \sin(2x+1)$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos(2x+1)$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\cos(2x+1)$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\cos(2x+1)$ .

**D.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\cos(2x+1)$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Nguyên hàm  $\int f(x) dx = \int [x + \sin(2x+1)] dx = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$ .

Vậy chọn đáp án  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\cos(2x+1)$ .

**Câu 2:** [NB] Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x} + 1$  là

A.  $3e^{3x} + C$ .

B.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ .

C.  $3e^{3x} + x + C$ .

**D.  $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$\int f(x) dx = \int (e^{3x} + 1) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + x + C$ .

**Câu 3:** [NB]  $\int \frac{x^2+1}{x} dx$  bằng

A.  $x^2 + \ln|x|$ .

B.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x|$ .

**C.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$ .**

D.  $\frac{x}{2} + \ln|x| + C$ .

Lời giải

**Chọn C**

$\int \frac{x^2+1}{x} dx = \int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

**Câu 4:** [NB] Biết rằng  $\int_1^3 f(t) dt = 4$ . Tính  $\int_1^3 2f(x) dx$

A. 2.

B. 4.

C. 6.

**D. 8.**

Lời giải

**Chọn D**

Từ  $\int_1^3 f(t) dt = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 4$

Vậy  $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \cdot \int_1^3 f(x) dx = 8$ .

**Câu 5:** [NB] Biết  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx$ . Tìm mệnh đề **đúng**.

A.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx + \int_{-1}^2 (x+1) dx$ .

B.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx - \int_{-1}^2 (x+1) dx$ .

C.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^2 (x+1) dx$ .

**D.  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx - \int_{-1}^2 (x+1) dx$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Chen cận tích phân:  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} |x+1| dx + \int_{-1}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx - \int_{-1}^2 (x+1) dx$

**Câu 6:** [NB] Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin x + 4) dx$

**A.**  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2} - 16}{16}$ .

**B.**  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 2\sqrt{2} - 4}{16}$ .

**C.**  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2}}{16}$ .

**D.**  $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin x + 4) dx = (x^2 + \cos x + 4x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi - 1 = \frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2} - 16}{16}$$

**Câu 7:** [TH] Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2}{x+2}$  trên khoảng  $(-2; +\infty)$  và

$F(-1) = 0$ . Khi đó  $F(2)$  bằng

**A.**  $4\ln 2 + 1$ .

**B.**  $2\ln 3 + 2$ .

**C.**  $4\ln 2$ .

**D.**  $3\ln 2 + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Trên khoảng  $(-2; +\infty)$  ta có  $F(x) = \int \frac{2}{x+2} dx = 2\ln(x+2) + C$ .

Vì  $F(-1) = 0 \Rightarrow 2\ln(-1+2) + C = 0 \Rightarrow C = 0$ ,

Suy ra  $F(x) = 2\ln(x+2) \Rightarrow F(2) = 2\ln 4 = 4\ln 2$ .

**Câu 8:** [NB] Mặt phẳng  $(\alpha)$  có cặp véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (3; 1; 2)$  và  $\vec{v} = (1; 1; -1)$ . Khi đó, mặt phẳng  $(\alpha)$  có một véc tơ pháp tuyến là

**A.**  $\vec{n} = (-3; 5; 2)$ .

**B.**  $\vec{n} = (-3; -5; 2)$ .

**C.**  $\vec{n} = (2; -3; 5)$ .

**D.**  $\vec{n} = (1; -1; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 5; 2)$ .

**Câu 9:** [NB] Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -2; 3)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (-1, 4, 1)$  là

**A.**  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn A**

PTĐT  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**Câu 10:** [TH] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $M(a, b, c)$  thuộc mặt phẳng  $(P): x + y + z - 6 = 0$  và cách đều các điểm  $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$ . Tích  $abc$  bằng

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} a+b+c=6 \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + b^2 = (a+2)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + c^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ 3a+4b+c=14 \\ 4a-7b+3c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases}. \text{ Vậy tích } abc = 6. \end{aligned}$$

**Câu 11:** [VD] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;-1;2)$ ,  $C(3;-6;1)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $P = x + y + z$ .

- A.  $P = 0$ .                      B.  $P = -1$ .                      C.  $P = 1$ .                      D.  $P = \frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $I$  là điểm thỏa  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow I(2; -2; 2)$ .

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + (\vec{MI} + \vec{IC})^2 \\ &= 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\vec{MI} \cdot (\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC}) = 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Mà  $M \in (Oyz) \Rightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất  $\Leftrightarrow M$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(Oyz)$   
 $\Leftrightarrow M(0; -2; 2)$ .

Vậy  $P = 0 - 2 + 2 = 0$ .

**Câu 12:** [VD] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $2x^2 + f(x) = 2x \cdot f'(x)$  với mọi  $x > 0$ . Biết  $f(1) = 1$ , giá trị của  $f(9)$  bằng

- A. 55.                      B. 52.                      C.  $\frac{52}{3}$ .                      D. 49.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết  $2x^2 + f(x) = 2x \cdot f'(x)$ , chia hai vế cho  $2\sqrt{x}$  và chuyển vế, ta được

$$\frac{1}{\sqrt{x}} f'(x) - \frac{1}{2x\sqrt{x}} f(x) = \sqrt{x} \Leftrightarrow \left( \frac{f(x)}{\sqrt{x}} \right)' = \sqrt{x}.$$

Lấy nguyên hàm hai vế:  $\frac{f(x)}{\sqrt{x}} = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$

Điều kiện  $f(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{3}$ .

Vậy  $\frac{f(x)}{\sqrt{x}} = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{3} \sqrt{x}$ . Suy ra  $f(9) = 55$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm).** [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

**Câu 1:** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 13$ ),  $Q'(t)$  tính bằng khách/giờ. (Nguồn: R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage). Cho biết sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) [NB] Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .  
 b) [NB] Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.  
 c) [TH] Lượng khách tham quan lớn nhất là 1396 người.  
 d) [TH] Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

**Lời giải**

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Sai. Hàm số biểu diễn lượng khách tham quan là  $Q(t) = \int Q'(t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$ ; Mà điều kiện: sau 2 giờ đã có 500 người có mặt  $\Rightarrow Q(2) = 500 \Rightarrow C = 100$ .

Vậy hàm  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$ .

b) Đúng. Sau 5 giờ lượng khách tham quan là  $Q(5) = 1325$ .

c) Đúng. Đạo hàm  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 12 \\ t = 6 \\ t = 0 \end{cases}$ ;

Tính giá trị trên đoạn  $[0; 13]$ :  $Q(0) = 100, Q(13) = 269$  và  $Q(6) = 1396, Q(12) = 100$

Vậy  $\max_{[0;13]} Q(t) = 1396$  (tại  $t = 6$ ).

**d) Sai.** Xét hàm tốc độ  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$

$$\text{Đạo hàm } Q''(t) = 12t^2 - 144t + 288 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9.46 \\ t = 2.54 \end{cases};$$

Tính giá trị trên đoạn  $[0;13]$ :  $Q'(0) = 0, Q'(13) = 364$  và

$$Q'(9.46) = -332.55, Q'(2.54) = 332.55$$

Vậy Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất bằng 364 tại thời điểm  $t = 13$ .

**Câu 2:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t$  (m/s), trong đó thời gian  $t$  tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t)$  và gia tốc là  $a = -8$  (m/s<sup>2</sup>) cho đến khi dừng hẳn. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

**a) [NB]** Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.

**b) [NB]** Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.

**c) [TH]** Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.

**d) [VD]** Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.

A.

B.

C.

D.

Lời giải

**a) Đ**      **b) Đ**      **c) Đ**      **d) S**

**a) Đúng.** Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều từ  $t = 0$  giây  $\rightarrow t = 12$  giây là

$$\int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144.$$

**b) Đúng.** Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp tại thời điểm  $t = 12$  giây là  $v_1(12) = 2.12 = 24$  (m/s).

**c) Đúng.** Chọn gốc thời gian khi xuất phát, công thức vận tốc chuyển động chậm dần đều là  $v_2(t) = v_0 - a.(t-12) \Leftrightarrow v_2(t) = 24 - 8(t-12) = 120 - 8t$

Đến khi dừng hẳn:  $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$  giây (từ khi chuyển động).

Suy ra: Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là  $15 - 12 = 3$  (giây).

**d) Sai.** Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn (trong suốt thời

$$\text{gian 15 giây) là } S = \int_0^{15} |v(t)| dt = \int_0^{12} v_1(t) dt + \int_{12}^{15} v_2(t) dt$$

$$\text{Mà } S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144 \text{ và } S_2 = \int_{12}^{15} v_2(t) dt = \int_{12}^{15} (120 - 8t) dt = (120t - 4t^2) \Big|_{12}^{15} = 36.$$

Vậy  $S = S_1 + S_2 = 144 + 36 = 180$  (m).

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $2x + y - 2z + 3 = 0$  và điểm  $M(-2; 2; 3)$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

**a) [NB]** Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 1; -2)$ .

**b) [NB]** Mặt phẳng đi qua điểm  $N(-1; 2; 0)$ .

**c) [NB]** Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $d = \frac{5}{9}$ .

**d) [TH]** Mặt phẳng đi qua hai điểm  $M, N(-1; 2; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình:  $3x - 4y + z + 11 = 0$ .

A.

B.

C.

D.

Lời giải

**a) Đ**      **b) S**      **c) S**      **d) Đ**

**a) Đúng.** Mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $2x + y - 2z + 3 = 0$  nên có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 1; -2)$ .

**b) Sai.** Thay tọa độ điểm  $N(-1; 2; 0)$  vào phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  được  $2.(-1) + 2 - 2.0 + 3 = 0 \Leftrightarrow 3 = 0$  (vô lý).

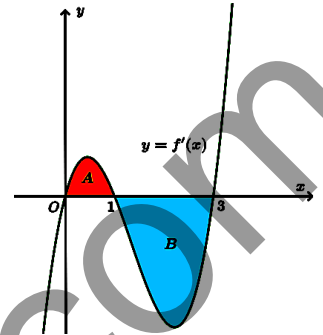
c) Sai. Khoảng cách từ điểm  $M(-2; 2; 3)$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $d = \frac{|2 \cdot (-2) + 2 - 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{3}$ .

d) Đúng. Cặp véc-tơ chỉ phương  $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = (1; 0; -3) \\ \vec{n} = (2; 1; -2) \end{cases}$  nên mặt phẳng có véc-tơ pháp tuyến là:

$$\vec{m} = [\vec{n}, \overrightarrow{MN}] = (-3; 4; -1), \text{ do đó có phương trình: } -3x + 4y - z - 11 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + z + 11 = 0.$$

**PHẦN III. Câu hỏi trả lời ngắn (2,5 điểm). [3 câu Giải tích + 2 câu Hình học]**

**Câu 1:** [TH] Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong trong hình vẽ. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là  $S_A = 4$  và  $S_B = 10$ . Cho biết giá trị của  $f(0) = 2$ . Tính giá trị của  $f(3)$ .



**Kết quả:**

**Lời giải**

Hình phẳng A được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ , trục hoành  $y = 0$ , trục tung  $x = 0$

và đường thẳng  $x = 1$  nên diện tích hình phẳng A là:  $S_A = \int_0^1 |f'(x)| dx$

$$\Leftrightarrow 4 = \int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0)$$

Hình phẳng B được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ , trục hoành  $y = 0$ , đường thẳng

$x = 1$  và đường thẳng  $x = 3$  nên diện tích hình phẳng B là:  $S_B = \int_1^3 |f'(x)| dx$

$$\Leftrightarrow 10 = -\int_1^3 f'(x) dx = -f(x) \Big|_1^3 = -[f(3) - f(1)] = -f(3) + f(1)$$

Ta được hệ  $\begin{cases} f(1) - f(0) = 4 \\ -f(3) + f(1) = 10 \end{cases}$ ; Trừ vế theo vế được  $f(3) - f(0) = -6$

$$\Leftrightarrow f(3) = f(0) - 6 = 2 - 6 = -4.$$

**Câu 2:** [TH] Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol (P):  $y = -x^2 + 9$ . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (P), trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -2, x = 2$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục  $Ox$  (làm tròn đến phần nguyên).

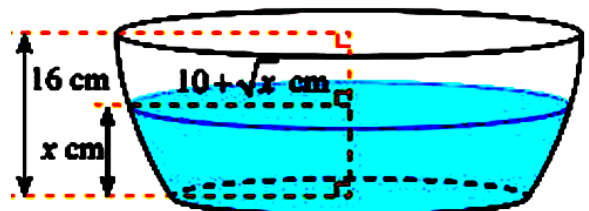
**Kết quả:**

**Lời giải**

Thể tích khối tròn xoay tạo thành bởi (P), trục hoành, hai đường thẳng  $x = -2, x = 2$  khi xoay

$$(P) \text{ quanh trục } Ox \text{ là: } V = \pi \int_{-2}^2 f^2(x) dx = \pi \int_{-2}^2 (-x^2 + 9)^2 dx = \frac{1204}{5} \pi \approx 756.$$

**Câu 3:** [VD] Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy  $x$  (cm) ( $0 \leq x \leq 16$ ) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm). Tìm  $x$  (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu?



**Kết quả:**

Lời giải

8, 9 4

Dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu, nên ta có phương trình:

$$V_{nước} = \frac{1}{2}V_{bình} \Leftrightarrow \pi \int_0^x (10 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{1}{2} \pi \int_0^{16} (10 + \sqrt{x})^2 dx$$

$$\Leftrightarrow \pi \left( 100x + \frac{40}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^x = \frac{1}{2} \pi \left( 100x + \frac{40}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{16} \Leftrightarrow 100x + \frac{40}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} = \frac{3872}{3}$$

Đặt  $t = \sqrt{x}, (t > 0)$ ; PT trở thành  $100t^2 + \frac{40}{3}t^3 + \frac{t^4}{2} = \frac{3872}{3}$   
 phương trình trên có nghiệm dương duy nhất  $t \approx 2,990279433$ .

Vậy  $x = t^2 \approx 8,94$  (cm).

**Câu 4:** [TH] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 3y - z = 0$  và  $(Q): x - y - 2z + 1 = 0$ . Gọi điểm  $M(0; 0; z)$  cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , với  $z = \frac{22 \pm \sqrt{b}}{38}$ . Khi đó,  $b$  bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Lời giải

6 6

Điểm  $M(0; 0; z)$  cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q): d(M, (P)) = d(M, (Q))$

$$\Leftrightarrow \frac{|-z|}{\sqrt{11}} = \frac{|-2z+1|}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{22 - \sqrt{66}}{38} \\ z = \frac{22 + \sqrt{66}}{38} \end{cases}; \text{ Mà } z = \frac{22 \pm \sqrt{b}}{38}. \text{ Vậy } b = 66.$$

**Câu 5:** [VD] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 4 = 0$  và  $(Q): x + 2y - z + 3 = 0$ . Gọi  $d$  là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ . Biết giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $(Oyz)$  là điểm  $M(0; b; c)$ , tính  $b + c$ .

Kết quả:

Lời giải

6

\* Tìm PT đường thẳng giao tuyến  $d = (P) \cap (Q)$

•  $\begin{cases} \vec{n}_P = (2; -1; 1) \\ \vec{n}_Q = (1; 2; -1) \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1; 3; 5)$  là vector chỉ phương của  $d$ .

• Điểm thuộc giao tuyến theo hệ  $\begin{cases} 2x - y + z - 4 = 0 \\ x + 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$ ; Chọn  $z = 0$ , giải

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}. \text{ Vậy điểm } A(1; -2; 0) \in d.$$

PT đường thẳng giao tuyến  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = 5t \end{cases}$

\* Tìm giao điểm của đường thẳng  $d$  và  $(Oyz)$ : Khi  $x = 0$  được  $0 = 1 - t \Leftrightarrow t = 1$ . Vậy giao điểm  $d \cap (Oyz) = M(0; 1; 5)$ . Do đó  $b = 1; c = 5$ .

Vậy tổng  $b + c = 6$ .